

# 数学与应用数学专业《数学分析》考试大纲

## 一、考试科目

数学分析

## 二、考试方式

闭卷、笔试

## 三、考试时间

120 分钟

## 四、试卷总分

150 分

## 五、参考书目

《数学分析》(上、下册), 华东师范大学数学科学学院编, 高等教育出版社, 2019 年 5 月第 5 版。

## 六、考试基本要求

考生应按本大纲的要求, 理解或掌握数学分析中的实数集与函数、数列与函数极限、函数连续性、一元函数微分学、一元函数积分学、多元函数微分学、多元函数积分学及级数敛散性的基本概念和基本理论; 理解或掌握上述各部分的基本方法; 理解各部分知识结构及知识的内在联系。

考生应具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和空间想象能力; 能运用所学知识正确地推理和证明, 准确地计算; 能综合运用数学分析中的基本理论、基本方法分析和解决简单的实际问题。

## 七、考试范围

## 第一章 实数集与函数

考试内容:

1. 实数分类、实数的性质（四则运算的封闭性、有序性、阿基米德性、稠密性）、绝对值与不等式；
2. 区间、邻域、数集、确界原理；
3. 函数表示法、函数四则运算、复合函数、反函数、初等函数；
4. 有界函数、单调函数、奇函数、偶函数、周期函数。

基本要求:

1. 熟练掌握实数域及性质；
2. 掌握绝对值不等式；
3. 熟练掌握邻域、上确界、下确界的概念以及确界原理；
4. 牢固掌握函数的复合法则、基本初等函数、初等函数及某些特性（单调性、周期性、奇偶性、有界性等）。

## 第二章 数列极限

考试内容:

1. 数列极限的定义及其几何意义、无穷小数列；
2. 收敛数列的唯一性、有界性、保号性、不等式性、迫敛性、四则运算法则；
3. 单调有界定理、柯西收敛准则。

基本要求:

1. 理解数列极限的定义；
2. 理解收敛数列的若干性质，熟练掌握数列极限的计

算方法;

3. 掌握数列收敛的条件 ( 单调有界定理、柯西收敛准则等 )。

### 第三章 函数极限

考试内容:

1. 函数极限的概念, 单侧极限及其与极限的关系;
2. 函数极限的唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性、迫敛性、四则运算法则;
3. 函数极限的归结原则、柯西准则;
4. 两个重要的极限;
5. 无穷小量与无穷大量。

基本要求:

1. 熟练掌握函数极限的概念与计算方法;
2. 掌握函数极限的若干性质;
3. 掌握函数极限存在的条件 ( 归结原则, 柯西准则 );
4. 熟练应用两个重要的极限;
5. 掌握无穷小 ( 大 ) 量的定义、性质、阶的比较, 掌握曲线渐近线的求法。

### 第四章 函数的连续性

考试内容:

1. 函数在一点连续 ( 左、右连续 ) 及间断点的概念、间断点的分类;
2. 连续函数的局部有界性、局部保号性, 连续函数的四则运算及复合函数的连续性;

3. 闭区间上连续函数的最大、最小值定理，有界性定理，介值性定理，根的存在定理，反函数的连续性、初等函数的连续性及其一致连续性。

基本要求：

1. 熟练掌握  $f(x)$  在  $x$  点连续的定义和等价定义；
2. 熟练掌握间断点及其分类；
3. 熟练掌握  $f(x)$  在一点连续性质及在区间上连续函数的性质；
4. 熟练掌握初等函数的连续性。

## 第五章 导数和微分

考试内容：

1. 导数定义、单侧导数、导数的几何意义、导函数；
2. 导数的四则运算、反函数的导数、复合函数的导数；
3. 微分的概念、微分的四则运算、一阶微分形式不变性、近似计算与误差估计；
4. 高阶导数与高阶微分、参数方程和隐函数求导法。

基本要求：

1. 熟练掌握导数的定义，理解几何、物理意义；
2. 掌握并熟练应用求导法则、求导公式；
3. 会求各类函数（复合函数、参变量函数、隐函数、幂指函数）的导数和部分函数的高阶导数（莱布尼茨公式）；
4. 掌握微分的概念，并会用微分进行近似计算；
5. 掌握一元函数连续、可导、可微之间的关系；
6. 掌握费马定理，稳定点与极值点的关系。

## 第六章 微分中值定理及应用

考试内容:

1. 罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理;
2. 各个类型不定式极限;
3. 函数的单调性与极值;
4. 函数的凸凹性与拐点;
5. 函数图象的讨论。

基本要求:

1. 熟练掌握罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理;
2. 会运用洛必达法则求极限;
3. 会求函数的单调区间、极值等;
4. 掌握凸函数概念及性质, 利用导数定义判定凹凸性及拐点。

## 第八章 不定积分

考试内容:

1. 原函数、不定积分、基本积分表、不定积分的线性运算法则;
2. 第一换元积分法、第二换元积分法、分部积分法;
3. 有理函数的积分、三角函数有理式的积分、某些简单无理函数的积分。

基本要求:

1. 理解原函数与不定积分的概念, 熟练运用基本积分公式;

2. 熟练掌握换元积分法、分部积分法;
3. 掌握有理函数积分步骤, 并会求可化为有理函数的积分。

## 第九章 定积分

考试内容:

1. 定积分的定义、函数的可积条件 (必要条件, 可积准则, 可积函数类 (三个充分条件));
2. 定积分的线性性质、区间的可加性、单调性、绝对可积性等性质, 积分中值定理;
3. 变上限积分函数概念与性质, 牛顿-莱布尼茨公式、换元积分法、分部积分法。

基本要求:

1. 掌握定积分定义、性质、可积条件, 会用定积分的定义进行一些数列极限的计算;
2. 熟练掌握微积分基本定理、积分中值定理, 并能够加以应用;
3. 能够熟练计算定积分;
4. 掌握定积分的变换及其一定的应用。

## 第十章 定积分应用

考试内容:

1. 平面图形的面积;
2. 由截面面积求立体体积、旋转体体积;
3. 曲线的弧长;
4. 旋转曲面的面积;

5. 微元法思想及应用。

基本要求：

1. 能熟练计算各种平面图形面积；
2. 会由截面面积求立体体积，以及旋转体的体积；
3. 会利用定积分求弧长、旋转体的侧面积。

## 第十二章 数项级数

考试内容：

1. 数项级数收敛、发散、和的概念，柯西准则，收敛级数的性质；
2. 正级数的收敛原则、比较原则、比式判别法、根式判别法、积分判别法；
3. 交错级数及其它一般级数绝对收敛、条件收敛与发散的概念与性质。

基本要求：

1. 掌握数项级数敛散的定义、性质；
2. 熟练掌握正项级数的敛散性判别法；
3. 掌握交错级数收敛的差别，了解其它一般级数绝对收敛、条件收敛与发散的概念与性质。

## 第十三章 函数列与函数项级数

考试内容：

1. 函数列的收敛与极限函数、函数项级数收敛与和函数、函数列与函数项级数的一致收敛性、一致收敛柯西准则、M 判别法；
2. 函数列与函数项级数在一致收敛性条件下极限函数

与和函数的连续性、可积性（逐项积分）、可微性（逐项微分）。

基本要求：

1. 理解函数列及函数项级数的收敛与一致收敛定义；
2. 掌握函数列、函数项级数一致收敛的判别法；
3. 掌握函数列的极限函数、函数项级数的和函数的性质。

## 第十四章 幂级数

考试内容：

幂级数、阿贝尔定理、收敛半径和收敛域、内闭一致收敛性、和函数的连续性、可积性（逐项积分）、可微性（逐项微分）。

基本要求：

1. 熟练掌握幂级数收敛域，收敛半径及和函数的求法；
2. 了解幂级数的若干性质；
3. 了解求一般任意阶可微函数的幂级数展开式的方法，会利用间接法求一些初等函数的幂级数展式。

## 第十五章 傅里叶级数

考试内容：

三角级数、三角函数系的正交性、收敛定理、以  $2\pi$  为周期的函数的傅立叶级数展开式，以及其特殊的正弦或余弦级数展开式。

基本要求：

1. 熟记傅里叶系数公式，并会求以  $2\pi$  为周期的傅立叶



级数；

2. 会求以  $2\pi$  为周期的函数的正弦或余弦级数展开式。

## 第十六章 多元函数极限与连续

考试内容：

1. 平面点集的邻域、内点、外点、界点、聚点、孤立点，开集、闭集、开域、闭域、区域；
2. 二元函数的概念及几何表示、任意多元函数的概念；
3. 二元函数的极限（重极限、累次极限）的概念、性质、求法及关系；
4. 二元连续函数连续，闭域上连续函数的性质。

基本要求：

1. 了解平面点集的若干概念；
2. 掌握二元函数重极限与二次极限的定义、性质，以及二者的关系；会求二元函数的极限；
3. 掌握二元连续函数定义，闭域上连续函数的性质。

## 第十七章 多元函数微分学

考试内容：

1. 多元函数的可微性、偏导数概念、几何意义、求法；
2. 多元复合函数的偏导数及全微分；
3. 空间曲线的切线与法平面，曲面的切平面与法线。

基本要求：

1. 熟练掌握多元函数的可微、偏导数的概念、求法，掌握二元函数连续、可微、偏导数以及偏导函数连续等概念之间关系；

2. 会计算多元函数的二阶、三阶偏导数;
3. 掌握空间曲线的切线与法平面, 曲面的切平面与法线。

## **第十八章 隐函数定理及其应用**

考试内容:

1. 隐函数概念、隐函数的导数求法;
2. 条件极值概念、会应用拉格朗日乘数法求函数的条件极值。

基本要求:

1. 理解由一个方程确定的隐函数的条件, 隐函数性质, 掌握隐函数的导数(偏导)求法;
2. 掌握条件极值的拉格朗日乘数法。

## **第二十章 曲线积分**

考试内容:

1. 第一型曲线积分的计算;
2. 第二型曲线积分的计算。

基本要求:

1. 掌握两类曲线积分的概念及计算;
2. 了解两类曲线积分的性质。

## **第二十一章 重积分**

考试内容:

1. 二重积分概念、可积条件、性质;
2. 二重积分化为累次积分的计算方法、二重积分的极坐标变换法;

3. 格林公式、曲线积分与路线的无关性;
4. 三重积分概念、性质;
5. 三重积分化为累次积分的计算方法、三重积分换元法 (柱面坐标变换、球面坐标变换)。

基本要求:

1. 理解二重积分、三重积分定义与性质;
2. 熟练掌握二重积分的计算;
3. 掌握格林公式的应用、曲线积分与路线的无关性定理的应用;
4. 较熟练掌握三重积分的计算。

## 第二十二章 曲面积分

考试内容:

1. 第一型曲面积分、第二型曲面积分的概念、性质及计算;
2. 高斯公式与斯托克斯公式的应用。

基本要求:

1. 掌握两类曲面积分的概念及计算;
2. 了解两类曲面积分的性质;
3. 理解两类曲面积分的关系;
4. 掌握高斯公式和斯托克斯公式并会应用。