

# 2019年河南省普通专升本考试

## 《高等数学》真题

### 一、单项选择题 (每小题2分,共60分)

在每小题的四个备选答案中选出一个正确答案,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。

1. 函数  $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x)$  在定义域内是 ( )

- A. 非奇非偶函数      B. 无法判断奇偶性      C. 偶函数      D. 奇函数

2. 已知  $f(x)$  的定义域为  $[1, e]$ , 则  $f(e^x)$  的定义域为 ( )

- A.  $(0, 1]$       B.  $[0, 1]$       C.  $(0, 1)$       D.  $[0, 1)$

3. 曲线  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x + 1$  在点  $(0, 1)$  处的切线与  $x$  轴的交点坐标为 ( )

- A.  $(-\frac{1}{6}, 0)$       B.  $(-1, 0)$       C.  $(\frac{1}{6}, 0)$       D.  $(1, 0)$

4. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sqrt[3]{1+ax^3} - 1$  与  $-\frac{1}{2}x^2$  等价, 则  $a =$  ( )

- A. 0      B.  $\infty$       C.  $-\frac{3}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$

5. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+2n-4n^2}{3n^2-5n+4} =$  ( )

- A. 1      B. -1      C.  $-\frac{2}{5}$       D.  $-\frac{4}{3}$

6. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x} =$

A. 1

B.  $\frac{5}{4}$

C.  $\frac{4}{5}$

D. -1

7. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $e^{2x^2} - 1$  是  $(x^2 + 2x)$  的

A. 等价无穷小

B. 低阶无穷小

C. 高阶无穷小

D. 同阶但非等价无穷小

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} a + \ln x, & x \geq 1 \\ 2ax - 1, & x < 1 \end{cases}$  在  $x = 1$  处连续, 则  $a =$

A. 1

B. -1

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

9. 设  $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < -1 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right), & x \geq -1 \end{cases}$  则  $x = -1$  是  $f(x)$  的

A. 连续点

B. 可去间断点

C. 跳跃间断点

D. 第二类间断点

10. 函数  $f(x)$  在  $x = a$  处可导, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{x} =$

A.  $2f'(a)$

B.  $f'(2a)$

C.  $f'(a)$

D. 0

11. 已知  $f(x) = \frac{x}{1+2x}$ , 求  $f^{-1}(1) =$

A. -1

B. 1

C.  $\frac{1}{3}$

D. 3

12. 已知  $y = xe^x$ , 求  $dy =$

A.  $(x-1)e^{2x} dx$

B.  $(x-1)e^x dx$

C.  $(1+x)e^x dx$

D.  $xe^x dx$

13. 曲线  $y = \frac{x^2}{1+x}$  的垂直渐近线为

A.  $x = 1$

B.  $x = -1$

C.  $y = 1$

D.  $y = -1$



22.  $\vec{a} = (6, x, -4)$ ,  $\vec{b} = (y, -2, -2)$ , 已知  $\vec{a}$  平行于  $\vec{b}$ , 求  $x, y =$  ( )

- A. 4, -3      B. -3, -4      C. -3, 4      D. 3, -4

23. 已知  $z = x \ln(x+y)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  ( )

- A.  $\frac{x}{(x+y)^2}$       B.  $-\frac{x}{(x+y)^2}$       C.  $\frac{y}{(x+y)^2}$       D.  $-\frac{y}{(x+y)^2}$

24. 一元函数在某点极限存在是在该点处可导的 ( )

- A. 必要条件      B. 充分条件      C. 充·必要条件      D. 无关条件

25. 设  $D: x^2 + y^2 \leq 9$ , 则  $\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy =$  ( )

- A.  $18\pi$       B.  $36\pi$       C.  $9\pi$       D.  $6\pi$

26. 已知  $L$  是直线  $x+y=0$  上从  $(2, -2)$  到  $(-2, 2)$  上的一段弧, 则  $\int_L \cos y dx =$

- A.  $-2 \sin 2$       B.  $2 \sin 2$       C.  $-2 \cos 2$       D.  $2 \cos 2$

27. 已知  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$  收敛, 则下列哪个正确? ( )

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  必收敛      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$       C.  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  不确定      D.  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散

28.  $y = Ce^x$  (其中  $C$  为任意常数) 是微分方程  $y'' - y = 0$  的 ( )

- A. 解      B. 通解      C. 特解      D. 所有解

29.  $y = 2e^x - x^2 + x + 1$ ,  $y^{(100)} =$  ( )

- A.  $520e^x$       B.  $2e^x$       C.  $2e^{520x}$       D. 0

30. 在空间直角坐标系内, 方程  $x^2 - y^2 = 1$  表示的二次曲面是 ( )

- A. 抛物面      B. 锥面      C. 双曲柱面      D. 单叶双曲面

二、填空题 (每小题 2 分, 共 20 分)

31. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{3+x}\right)^x =$  \_\_\_\_\_.

32. 微分方程  $y'' - 10y' + 9y = 0$  的通解是 \_\_\_\_\_.

33. 设  $f(x+1) = 2x+3$ , 求  $f[f(x)-3] =$  \_\_\_\_\_.

34. 已知函数  $y = \int_0^x (t-1)dt$ , 求  $y$  的增区间是 \_\_\_\_\_.

35. 计算不定积分  $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx =$  \_\_\_\_\_.

36.  $\int_2^{\pi} (x^6 \cdot \sin x + x^2) dx =$  \_\_\_\_\_.

37. 交换积分次序  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy =$  \_\_\_\_\_.

38. 求出  $z = x^2 + y^2$  的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.

39. 将  $f(x) = \frac{1}{2-x}$  展开成  $x+2$  的幂级数为 \_\_\_\_\_.

40. 求参数方程  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos^3 t \\ y = \frac{1}{2} \sin^3 t \end{cases}$  的导数  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题 (每小题 5 分, 共 50 分)

41. 求不定积分  $\int x \cos x dx$ .

42. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ x - x^2 \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right]$ .

43.  $xy + xyz = 2x - 4y$ , ( $xy \neq 0$ ), 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

44. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$ , 求  $\int_1^3 f(x-2) dx$ .

45. 求过点  $(9, 8, 5)$  且与直线  $\begin{cases} 3x + 2y + 1 = 0 \\ 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$  平行的直线方程.

46. 平面区域  $D: y=1, y=x, x=2$ , 所围成的. 计算二重积分  $\iint_D x dx dy$ .

47. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(n+1)}$  的收敛区间 (不考虑两个端点的收敛性).

48. 求  $xy' + y = \cos x (x > 0)$  的通解.

49. 求  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{3}$  的极值.

50. 求椭球面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 9$  在点  $(2, 1, 1)$  处的切平面方程.

#### 四、应用题 (每小题 7 分, 共 14 分)

51. 求曲线  $y = x^2$  与直线  $x = 2, y = 0$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

52. 注入人体血液的药品浓度随着时间的变化而变化, 据临床检测, 某麻醉药品在某人体血液中的浓度  $C$  与时间  $t$  的函数关系  $C(t) = 0.30t + 0.04t^2 - 0.0004t^3$ , 其中  $C$  的单位是毫克,  $t$  的单位是秒, 试问这种药品从注入此人的身体开始, 经过多久时间在其血液中的浓度达到最高? ( $\sqrt{0.00784} \approx 0.0885$ ; 计算最终结果采取四舍五入法保留小数点后两位有效数字)

### 五、证明题 (6分)

53. 设  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续,  $(a, b)$  内可导,  $f(a) = a$ ,  $f(b) = b$ , 且  $x \in [a, b]$  时,  $f(x) \neq 0$ , 证明: 至少存在一点  $\xi \in (a, b)$  内使得  $f(\xi) = \xi f'(\xi)$  成立.