



2016 年河南省普通专升本考试

《高等数学》真题



一、选择题（每小题 2 分，共 60 分）

1、函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域是（ ）

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 1)$

2、函数 $f(x) = x - 2x^3$ 是（ ）

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇偶函数 D. 无法判断奇偶性

3、已知 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, 则 $f[f(x)] =$ ()

- A. $x - 1$ B. $\frac{1}{x-1}$ C. $1 - x$ D. $\frac{1}{1-x}$

4、下列极限不存在的是（ ）

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2+1}$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1}$ C. $\lim_{n \rightarrow -\infty} 2^n$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$

5、极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x-x^2}{x^2}$ 的值是（ ）

- A. 0 B. 1 C. -1 D. -2

6、已知极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin ax} = 2$, 则 a 的值是（ ）

- A. 1 B. -1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

7、已知 $x \rightarrow 0$ 时, $2 - 2 \cos x \sim ax^2$, 则 a 的值是（ ）

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. -1



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号，微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



8、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-ax+1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$ 则在点 $x = 1$ 处，下列结论正确的是（ ）

- A. $x=2$ 时， $f(x)$ 必连续
- B. $a=2$ 时， $f(x)$ 不连续
- C. $a=-1$ 时， $f(x)$ 连续
- D. $a=1$ 时， $f(x)$ 必连续

9、已知函数 $\varphi(x)$ 在点 $x = 0$ 处可导，函数 $f(x) = (x - 1)\varphi(x - 1)$ ，则 $f'(1) = ()$

- A. $\varphi'(0)$
- B. $\varphi'(1)$
- C. $\varphi'(0)$
- D. $\varphi'(1)$

10、函数 $f(x) = 1 - |x - 1|$ 在点 $x = 1$ 处（ ）

- A. 不连续
- B. 连续且可导
- C. 既不连续也不可导
- D. 连续但不可导

11、若曲线 $f(x) = 1 - x^3$ 与曲线 $g(x) = \ln x$ 在自变量 $x = x_0$ 时的切线相互垂直，则 x_0 应为（ ）

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$
- B. $-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $-\frac{1}{3}$

12、已知 $f(x) = 1 - x^4$ 在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔中值定理，则在开区间 $(-1, 1)$ 内使 $f'(\xi) = 0$ 成立的 $\xi = ()$

- A. 0
- B. 1
- C. -1
- D. 2

13 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 内连续，若 $x \in (-1, 0)$ 时， $f'(x) < 0$; $x \in (0, 1)$ 时， $f'(x) > 0$ ，则在区间 $(-1, 1)$ 内（ ）

- A. $f(0)$ 是函数 $f(x)$ 的极小值
- B. $f(0)$ 是函数 $f(x)$ 的极大值
- C. $f(0)$ 不是函数 $f(x)$ 的极值
- D. $f(0)$ 不一定是函数 $f(x)$ 的极值

14、设函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 内具有二阶导数，若 $x \in (0, 1)$ 时， $f'(x) < 0$; $x \in (1, 2)$ 时， $f'(x) > 0$ ，则（ ）

- A. $f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的极大值
- B. 点 $[1, f(1)]$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- C. $f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的极小值
- D. 点 $[1, f(1)]$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号，微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



15、已知曲线 $y=x^4$, 则 ()

- A. 在 $(-\infty, 0)$ 内 $y = x^4$ 单调递减且形状为凸
- B. 在 $(-\infty, 0)$ 内 $y = x^4$ 单调递增且形状为凹
- C. 在 $(0, +\infty)$ 内 $y = x^4$ 单调递减且形状为凸
- D. 在 $(0, +\infty)$ 内 $y = x^4$ 单调增减且形状为凹

16、已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则不定积分 $\int f(x-1)dx = ()$

- A. $F(x-1) + C$
- B. $F(x) + C$
- C. $-F(x-1) + C$
- D. $-F(x) + C$

17、设函数 $f(x)=\int_0^x (e^{-t} + t^2)dt$, 则 $f'(x) = ()$

- A. $-e^{-x} + \frac{1}{3}x^3$
- B. $-e^{-x} + 2x$
- C. $e^{-x} + x^2$
- D. $e^{-x} + 2x$

18、定积分 $\int_{-a}^a xe^{-x^2} dx = ()$

- A. $2ae^{-a^2}$
- B. $a e^{-a^2}$
- C. 0
- D. $2a$

19、由曲线 $y=$ 与直线 $x=0, x=1, y=0$ 所围成的平面图形的面积是 ()

- A. e^{-1}
- B. 1
- C. $1 - e^{-1}$
- D. $1 + e^{-1}$

20、设定积分 $I_1 = \int_1^2 x^2 dx, I_2 \int_1^2 x dx$, 则 ()

- A. $I_1 = I_2$
- B. $I_1 > I_2$
- C. $I_1 < I_2$
- D. 不能确定 I_1 与 I_2 的大小

21、向量 $\vec{a}=\vec{j}+\vec{k}$ 的方向角是 ()

- A. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$
- B. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$
- C. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$
- D. $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$

22、已知 e^{-x} 是微分方程 $y+3ay+2y=0$ 的一个解, 则常数 $a= ()$

- A. 1
- B. -1
- C. 3
- D. $-\frac{1}{3}$

23、下列微分方程中可进行分离变量的是 ()

- A. $y = (x+y)e^{x+y}$
- B. $y = xye^{x+y}$
- C. $y = xye^{xy}$
- D. $y = (x+y)e^{xy}$



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号, 微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



24、设二元函数 $z=x^3+xy^2+y^3$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (\quad)$

- A. $3y^2$ B. $3x^2$ C. $2y$ D. $2x$

25、用钢板做一个表面为 $54m^2$ 的有盖长方体水箱, 欲使水箱的容积最大, 则水箱的最大容积是 ()

- A. $18m^2$ B. $27m^2$ C. $6m^2$ D. $9m^2$

26、设 $D=\{(x,y)|1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$, 则二重积分 $\iint_D 4 \, dx dy = (\quad)$

- A. 16π B. 8π C. 4π D. 3π

27、已知 $\iint_D f(x,y) d\sigma = \int_0^1 dx \int_0^x f(x,y) dy$, 则二重积分 $\iint_D f(x,y) d\sigma = (\quad)$

- A. $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x,y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^y f(x,y) dx$

- C. $\int_0^x dy \int_0^1 f(x,y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^x f(x,y) dx$

28、设 L 为连接点 $(0, 0)$ 与点 $(1, \sqrt{3})$ 的直线段, 则曲线积分 $\int_L y^2 \, dS = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\sqrt{3}$

29、下列级数发散的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$

30、已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛
 B. 若部分和数列 $\{S_n\}$ 有界, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛
 C. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$
 D. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛





二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

31. 函数 $f(x) = x^2$ 的反函数 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

32. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} = \underline{\hspace{2cm}}$

33. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ 则点 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 间断点.

34. 函数 $f(x) = e^{1-x}$ 在点 $x=0.99$ 处的近似值为 _____.

35. 不定积分 $\int \sin(x+1) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

36. 定积分 $\int_0^{-1} \frac{1}{1+x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

37. 函数 $z = xy - x^2 - y^2$ 在点 $(0, 1)$ 处的全微分 $dz|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

38. 与向量 $\{2, 1, 2\}$ 同向平行的单位向量是 _____.

39. 微分方程 $y' + xy^2 = 0$ 的通解是 _____.

40. 幂 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ 的收敛半径为 _____.

三 计算题（每小题 5 分，共 50 分）

41. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}}$.

42. 求函数 $y = \sqrt{2 - \cos x}$ 的导数.



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号，微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



43. 计算不定积分 $\int \frac{2 \ln x - 1}{x} dx$



44. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$



45. 设直线 L: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 3x + 5y + 7z = 0 \end{cases}$, 求过点 A (0, 1, 2) 且平行于直线 L 的直线方程.





46. 已知函数 $Z = f(x,y)$ 由方程 $xz - yz - x + y = 0$ 所确定，求全微分 dz .



47. 已知 $D=\{(x,y)|0 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$.



48 求微分方程 $xy' + y - x = 0$ 的通解.





49. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} -1 \frac{(x-1)^n}{n+1}$ 的收敛区间.



50. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n}$ 的和函数.



51. 求直线 $x = 1$, $x = e$, $y = 0$ 及曲线 $y = \frac{1}{x}$ 所围成的平面图形的面积.





52. 某工厂生产计算器，若日产量为 x 台的成本函数为 $C(x) = 7500 + 50x - 0.02x^2$ ，收入函数为 $R(x) = 80x - 0.003x^2$ ，且产销平衡，试确定确定日生产多少台计算器时，工厂的利润最大？



五 证明题（6分）

53. 已知方程 $4x + 3x^3 - x^5 = 0$ 有一负根 $x = -2$ ，证明方程 $4+9x^2 - 5x^4 = 0$ 必有一个大于-2的负根。





2016 年河南省普通专升本考试

《管理学》真题答案

一. 选择

- | | | | |
|-------------|-------|-------------|-------|
| 1-10 DADDC | DABCD | 11-20 CAABD | ACCCB |
| 21-30 DABCB | DABAC | | |

二. 填空题

31. $y = \sqrt[3]{x}$ 32. $\frac{1}{2}$ 33. 可去 34. 1.01 35. $-\cos(x+1) + C$ 36. $\ln 2$
 37. $dx - 2dy$ 38. $\left\{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$ 39. $y = \frac{2}{x^2+C}$ 或 $y=0$ 40. 3

三. 计算题

41. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1 + (-x)]^{-\frac{1}{x}(-2)} = e^{-2}$
 42. 解:

$$\begin{aligned} y'' &= [2 - \cos x]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (2 - \cos x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin x = \frac{1}{2\sqrt{2-\cos x}} \cdot (\sin x) \\ &= \frac{\sin x}{2\sqrt{2-\cos x}} \end{aligned}$$

43. 解: $\oint \frac{2 \ln x - 1}{x} dx = \oint \frac{2 \ln x}{x} dx - \oint \frac{1}{x} dx = (\ln x)^2 - \ln x + C$

44. 解: $\oint_0^\pi x \sin x dx = -\oint_0^\pi x \cos x dx = -\cos x|_0^\pi + \oint_0^\pi \cos x dx = 0 + \sin x|_0^\pi = 1$

45: 解设直线 L 的方向向量为 \vec{s}

则 $\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \end{vmatrix} = \{-1, 2, -1\}$

又所求直线与直线 L 平行, 故可取直线 L 的方向向量为所求直线的方向向量, 又所求直线过点 A (0, 1, 2),

则所求直线方程为: $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$

46. 解: $F(x, y, z) = xz - yz - x + y$

则 $F'_x = z - 1$; $F'_y = -z + 1$; $F'_z = x - y$

因此, $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = \frac{1-z}{x-y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{z-1}{x-y}$

则 $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{1-z}{x-y} dx + \frac{z-1}{x-y} dy$

47. 方法一: 解: 令 $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号, 微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



$$\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \sqrt{4-r^2} \cdot r dr$$

$$= 2\pi \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \int_0^2 \sqrt{4-r^2} d(4-r^2) = -\pi \cdot \frac{2}{3} (4-r^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^2 = \frac{16}{3}\pi$$

方法二：解 由几何意义可知：

$$\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy = \frac{1}{2} V_{\text{球}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \times 8 = \frac{16}{3} \pi$$

48. 化简后 $y' + \frac{y}{x} = 1$ 为一阶线性微分方程，有公式得：

$$\begin{aligned} y &= e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left(\int e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right) \\ &= \frac{1}{x} \left(\int x dx + C \right) \\ &= \frac{x}{2} + \frac{C}{2} \end{aligned}$$

49. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{(-1)^n} \right| = 1$

故收敛半径为 $R = 1$

$$|x-1| \leq 1$$

收敛区间为 $(0,2)$

50. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n+1} \cdot n \right| = 1$

故收敛半径 $R = 1$

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n} = x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x S_1(x)$$



扫描添加“河南专升本咨询中心”公众号，微信公众号: hn-zsb

升本咨询 | 真题资料 | 考试通知 | 政策解读



$$S_1'(x) = \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \right)' = \frac{1}{1-x}, x \in (-1,1)$$

$$\begin{aligned} S_1(x) &= \int_0^x \frac{1}{1-x} dx \\ &= -\ln(1-x) \end{aligned}$$



$$S(x) = xS_1(x) = -x \ln(1-x), x \in (-1,1)$$

$$51. S = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_1^e = 1$$

$$L(x) = R(x) - C(x)$$

$$\begin{aligned} 52. \text{利润} &= 80x - 0.03x^2 - 7500 - 50x + 0.02x^2 \\ &= 30x - 0.01x^2 - 7500 \end{aligned}$$

令 $L'(x) = 30 - 0.02x = 0$, 得 $x = 1500$

$$L''(x) = -0.02 < 0$$



即：生产 1500 台机器时，利润最大

五. 证明题

$$53. \text{令 } f(x) = 4x + 3x^2 - x^5, \quad f(-2) = 0, f(0) = 0$$

$f(x)$ 在 $[-2,0]$ 上连续，在 $(-2,0)$ 上可导，由罗尔定理可得：

至少存在一点 $\xi \in (-2,0)$ ，使得 $f'(\xi) = 4 + 9\xi^2 - 5\xi^4 = 0$

