2017年河南省普通专升本考试

《高等数学》真题

一、单项选择题(每小题2分，共60分)

1. 函数 $f(x)=\sin x+3x$ 是　　(　　)

A. 偶函数　　B. 奇函数　　C. 非奇非偶函数　　D. 无法判断奇偶性

2. 函数 $f(x)=\dfrac{2}{x-5}$ 的定义域是　　(　　)

A. $(-\infty,5)$　　B. $(5,+\infty)$　　C. $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$　　D. $[5,+\infty]$

3. 设函数 $y=\cos 5x-\sin 3x$，则 $y'=$　　(　　)

A. $-5\sin 5x-3\cos 3x$　　B. $5\cos 5x+3\sin 3x$

C. $\cos 5x-\sin 3x$　　D. $\cos 5x+\sin 3x$

4. 设 $z=6x^3y^2$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$　　(　　)

A. $18x^2y^2$　　B. $12x^3y$　　C. $18x^3y^2$　　D. $6x^2y^2$

5. $\dfrac{d}{dx}[\int_0^x\sqrt{t}\ln(1+t)dt]=$　　(　　)

A. $\sqrt{x}\ln(1+x)$　　B. $-\sqrt{x}\ln(1+x)$　　C. $x\ln(1+x)$　　D. $\sqrt{x}(1+x)$

6. 设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 为正项级数，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{|a_n|}{\sqrt{n^2+b_n}}$　　(　　)

A. 条件收敛　　B. 绝对收敛　　C. 发散　　D. 敛散性无法判断

7. 下列积分可以用牛顿-莱布尼茨公式进行计算的是（　）

A. $\int_0^2 xe^x dx$　　B. $\int_0^2 \frac{1}{1-x}dx$　　C. $\int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{1}{x\ln x}dx$　　D. $\int_{-1}^{1} \frac{1}{1-x^2}dx$

8. 已知极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin bx}{5x}=1$，则 b 的值是（　）

A. 5　　B. 1　　C. 0　　D. $\frac{1}{5}$

9. 定积分 $\int_0^1 (2x+k)dx=2$，则 k 的值是（　）

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 2

10. 二元函数 $z=2x^2+xy^3$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$（　）

A. $4x$　　B. $2y$　　C. $3y^2$　　D. $3x^2$

11. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^3+5x}{x^3}$ 的值是（　）

A. 4　　B. 1　　C. 2　　D. 5

12. 当 $x\to 0$ 时，下列无穷小量中阶数最高的（　）

A. x^2　　B. $1-\cos x$　　C. $\sqrt{1-x}-1$　　D. $\sin x-\tan x$

13. 函数 $y=3x^4-4x^3$（　）

A. 在 $(-\infty,1)$ 内单调递减　　B. 在 $(-\infty,0)$ 内单调递增

C. 在 $(0,+\infty)$ 内单调递减　　D. 在 $(0,+\infty)$ 内单调递增

14. $y=\cos x$ 在闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{,2}\right]$ 上符合罗尔定理结论的 ε 是（　）

A. 0　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $-\frac{\pi}{4}$

15. $\cos\frac{\pi}{2}x$ 的一个原函数是　（　）

A. $\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}x$　B. $\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}x$　C. $\frac{\pi}{2}\sin\frac{2}{\pi}x$　D. $\frac{\pi}{2}\sin\frac{x}{2}$

16. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}=$　（　）

A. ∞　B. 2　C. 0　D. -2

17. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\frac{3}{x}+\frac{\sin 3x}{x}\right)$　（　）

A. 4　B. 2　C. 3　D. 1

18. 设 $f(x)=x^{\frac{1}{x-1}}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的　（　）

A. 连续点　B. 无穷间断点　C. 跳跃间断点　D. 可去间断点

19. 当 $x\to 0$ 时，下列变量中与 x 为等价无穷小量的是　（　）

A. $\sin^2 x$　B. $\ln(1+2x)$　C. $x\sin x$　D. $\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

20. 向量 $\vec{a}+2\vec{b}$ 垂直于 $\vec{a}-4\vec{b}$，向量 $\vec{a}+4\vec{b}$ 垂直于 $\vec{a}-2\vec{b}$，则向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 之间的夹角为　（　）

A. 0　B. $\frac{\pi}{4}$　C. $\frac{\pi}{2}$　D. $\frac{\pi}{6}$

21. 设 $a<x<b$，$f'(x)<0, f''(x)<0$，在区间 (a,b) 内，函数 $y=f(x)$ 的图形　（　）

A. 沿 x 轴正向下降且为凹的　B. 沿 x 轴正向下降且为凸的
C. 沿 x 轴正向上升且为凹的　D. 沿 x 轴正向上升且为凸的

22. “$\lim\limits_{x\to a}f(x)$ 存在”是“$f(x)$ 在 a 连续”的　（　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件
C. 充要条件　D. 既非充分条件也非必要条件

23. 曲线 $y=e^{1-x^2}$ 与直线 $x=-1$ 的交点为 Q，则曲线 $y=e^{1-x^2}$ 在点 Q 处的切线方程是　（　）

A. $2x-y-2=0$　　B. $2x+y-2=0$

C. $2x+y+3=0$　　D. $2x-y+3=0$

24. 函数 $f(x)=\ln|x-1|$ 的导数是　（　）

A. $f'(x)=\dfrac{1}{|x-1|}$　　B. $f'(x)=\dfrac{1}{x-1}$　　C. $f'(x)=\dfrac{1}{1-x}$　　D. 不存在

25. 已知级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 和级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 都发散，则下列结论正确的是　（　）

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ 必发散　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_nb_n)$ 必收敛

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|a_n|+|b_n|)$ 必发散　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)$ 必发散

26. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处　（　）

A. 极限不存在　　B. 极限存在但不连续　　C. 连续但不可导　　D. 连续且可导

27. 设 $f(x)=x\cos x$，则 $f'(\dfrac{\pi}{2})=$　（　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. $-\dfrac{\pi}{2}$　　D. 2π

28. 微分方程 $xy'=y+x^3$ 的通解是　（　）

A. $\dfrac{x^3}{3}+C$　　B. $\dfrac{x^3}{2}+Cx$　　C. $\dfrac{x^3}{4}+Cx$　　D. $\dfrac{x^3}{4}+C$

29. 已知平面 Π_1：$mx+y-3z+1=0$ 与平面 $\Pi_2:7x-2y-z=0$，若 $\Pi_1\perp\Pi_2$，则 m 的值是

A. $\frac{1}{7}$　　B. $-\frac{1}{7}$　　C. 7　　D. −7

30. 设 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点，则下列命题正确的是（　）

A. $f'(x_0)=0$　　B. $f'(x_0)\neq 0$

C. $f'(x_0)=0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在　　D. $f'(x_0)$ 不存在

二、填空题(每小题 2 分，共 20 分)

31. 已知 $f(x+1)=x^2+2$，则 $f(\cos x)=$_____

32. 极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}+\frac{1}{\sqrt{2+n^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+n^2}})=$_____

33. 已知函数 $y=x\arctan x$，则 $y''=$_____

34. 设 $y=\sin^3(2x+1), y'=$_____

35. 不定积分 $\int e^{2x}\cos 3x dx=$_____

36. 定积分 $\int_2^3 \frac{1}{x^2}dx=$_____

37. 设直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+4}{p}$ 与平面 $2x-y-z+5=0$ 平行，则 $p=$_____

38. 设 $y=e^{x\cos x}, dy=$_____

39. 平行于向量 $\vec{u}=(2,3,1)$ 的单位向量为_____

40. 设幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n x^n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n x^n$ 的收敛半径分别为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 与 $\frac{1}{3}$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n^2}{b_n^2}x^n$ 的收敛半径是_____

三、计算题(每小题 5 分，共 50 分)

41. 求函数 $z=x^2y^2+e^{xy}$ 在点（1, 1）处的全微分.

42. 计算定积分 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$.

43. 计算极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{2}{x})^{3x}$.

44. 计算不定积分 $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$.

45. 求微分方程 $2(xy+x)y' = y$ 的通解.

46. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n} x^{n-1}$ 的收敛域.

47. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\ln(x^2+y) = x^3 y + \sin x$ 确定，求 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$.

48. 求曲线 $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{2}$ 处的法线方程.

49. 设 $y = x^{\sin x} (x > 0)$，求 y' .

50. 已知 D 是由 $y = x^2$ 和 $x = y^2$ 所围成的闭区域，计算二重积分 $\iint_D (x+y) dxdy$.

四、应用题(每小题 7 分，共 14 分)

51. 欲围成一个面积为 $150\,m^2$ 的矩形操场，所用材料的造价正面为 6 元/ m^2，其余三面 3 元/ m^2，四面墙的高度相同. 试问场地的长和宽各是多少米时，才能使所用的材料费用最低？

52 求由抛物线 $2y^2=x$ 与直线 $x-2y=4$ 所围成平面图形的面积.

五、证明题(6 分)

53. 已知函数 $f(x)$. 在[0, 1]上连续，在（0, 1）内可导，且 $f(0)=0, f(1)=1$，

证明：（1）存在 $\varepsilon\in(0,1)$，使得 $f(\varepsilon)=1-\varepsilon$

（2）存在两个不同的点 η，$\mu\in(0,1)$，使得 $f'(\eta)f'(\mu)=1$

2017年河南省普通专升本考试
《管理学》真题答案

一、单选

1-5、BCABA　　6-10、BAABC　　11-15、ADAAB

16-20、DCDDC　　21-25、BBDBC　　26-30、DCBBC

二、填空题

33、$\cos^2 x-2\cos x+3$　　32、1　　33、$\dfrac{2}{(1+x^2)^2}$

34、$6\sin^2(2x+1)\cos(2x+1)$　　35、$\dfrac{2}{13}e^{2x}\cos 3x+\dfrac{3}{13}e^{2x}\sin 3x+C$　　36、$\dfrac{1}{6}$

37、4　　38、$(\cos x-x\sin x)e^{x\cos x}dx$

39、$\pm\dfrac{1}{\sqrt{14}}(2,3,1)$　　40、5

三、计算题

41、$dz\big|_{(1,1)}=(2+e)(dx+dy)$　　42、2　　43、e^6　　44、$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}\sin x+C$

45、$x=Cy^2e^{2y}(C=e^{-2C_1})$　　46、$[-1,1)$　　47、1

48、$y=x+e^{\frac{\pi}{2}}$　　49、$y'=x^{\sin x}(\cos x\ln x+\dfrac{\sin x}{x})$　　50、$\dfrac{3}{10}$

四、应用题

51、长为10，宽为15　　52、9

五、证明题

53.【证明】

(1) 令$F(x)=f(x)+x-1$，可得$F(0)=-1,F(1)=1$

所以$F(0)\cdot F(-1)<0$在$(0,1)$上由零点定理得$\exists\varepsilon\in(0,1)$使得$F(\varepsilon)=0$，

即$f(\varepsilon)=1-\varepsilon$

(2) 对$f(x)$在$(0,\varepsilon)$上使用拉格朗日中值定理得$\exists\eta\in(0,\varepsilon)$，使$f(\varepsilon)-f(0)=f'(\eta)\varepsilon$

对$f(x)$在$(\varepsilon,1)$上使用拉格朗日中值定理得$\exists\mu\in(\varepsilon,1)$，使$f(1)-f(\varepsilon)=f'(\mu)(1-\varepsilon)$

所以$f'(\eta)f'(\mu)=\dfrac{f(\varepsilon)-f(0)}{\varepsilon}\cdot\dfrac{f(1)-f(\varepsilon)}{1-\varepsilon}=1$